

2 - Análise de circuitos em corrente contínua

2.1-Corrente eléctrica

2.2-Lei de Ohm

2.3-Sentidos da corrente: real e convencional

2.4-Fontes independentes e fontes dependentes

2.5-Associação de resistências; Divisores de tensão; Divisores de corrente

2.6-Potências

2.7-Leis de Kirchhoff (lei dos nós e lei das malhas)

2.8-Princípio da sobreposição

2.9-Circuitos equivalentes de Thevenin e de Norton

2.1. CORRENTE ELÉCTRICA

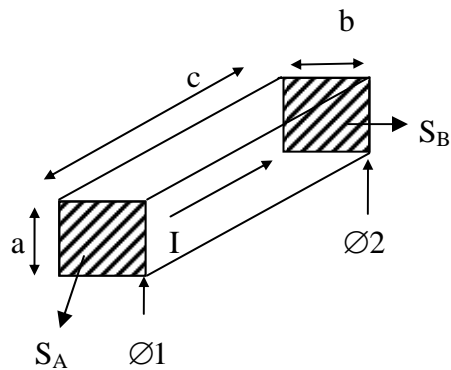


Figura 2.1- Corrente eléctrica num condutor.

I – Intensidade de corrente (Ampere)

$S = a \cdot b$ - secção transversal

c - comprimento

$\varnothing_1 - \varnothing_2$ - Diferença de potencial (volt)

Regime estacionário (corrente d.c.) - não existem variações temporais da intensidade de corrente eléctrica

Corrente eléctrica - Movimento com valor médio não nulo dos portadores de carga.

No caso dos metais os portadores de carga a considerar são os electrões livres.

$$\vec{J} = \sigma \vec{E}$$

\vec{J} - Densidade de corrente eléctrica

\vec{E} - Campo eléctrico

σ - Condutividade

Escala relativa de condutividade

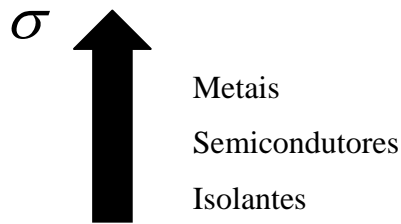


Figura 2.2- Escala relativa de condutividades

σ - condutividade [$\Omega^{-1} \cdot \text{m}^{-1}$]

ρ - resistividade (inverso da condutividade)

$$\rho = \frac{1}{\sigma}$$

2.2. LEI DE OHM

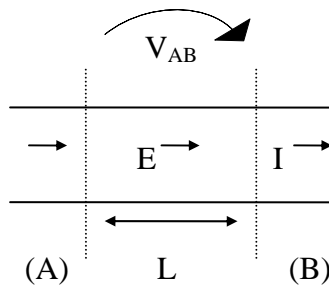
Considerando as secções Sa e Sb, representadas na figura 2.1, transversais à direcção do vector \vec{J} (densidade de corrente) e sendo válida a aproximação linear, tem-se:

$$\vec{J} = \sigma \vec{E} \text{ (Lei de Ohm na forma local)}$$

\vec{J} - Densidade de corrente

σ - Condutividade

\vec{E} - Campo eléctrico



L - Distância entre as secções transversais A e B ($S_a = S_b = S$)

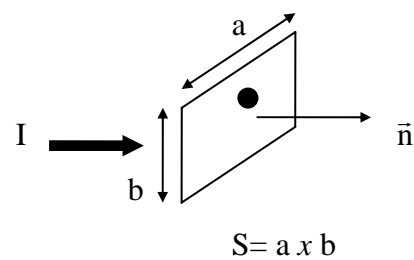
$$I = \iint_S \vec{J} \cdot \vec{n} \, ds$$

I - Intensidade de corrente eléctrica

S - Secção transversal do condutor

\vec{n} - Normal unitária à superfície S

ds - Elemento de superfície



S - Secção transversal do condutor

Admitindo \vec{J} constante - Distribuição de corrente uniforme, meio homogéneo e regime estacionário de corrente contínua, a intensidade de corrente é dada por:

$$I = \iint_S \vec{J} \cdot \vec{n} \, ds = \iint_S \|\vec{J}\| \, ds = \|\vec{J}\| S$$

$$\|\vec{J}\| = \sigma \|\vec{E}\| \Rightarrow I = \sigma \|\vec{E}\| S \quad (1)$$

A diferença de potencial entre as superfícies (equipotenciais) A e B é dada por:

$$V_{AB} = \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

Uma vez que o campo é uniforme e $\vec{E} // d\vec{l}$ (vectores com a mesma direcção e sentido)

$$V_{AB} = \|\vec{E}\| L \Leftrightarrow \|\vec{E}\| = \frac{V_{AB}}{L} \quad (2)$$

Substituindo esta relação na equação (2), obtemos:

$$I = \sigma \frac{V_{AB}}{L} S \Leftrightarrow V_{AB} = \frac{1}{\sigma} \frac{L}{S} I$$

A constante de proporcionalidade é por definição a resistência do condutor entre as superfícies transversais A e B.

Lei de Ohm:

$$V = R \times I$$

[V] - Volt (V)

[R] - Ohm (Ω)

[I] - Ampere (A)

2.3. SENTIDO DA CORRENTE

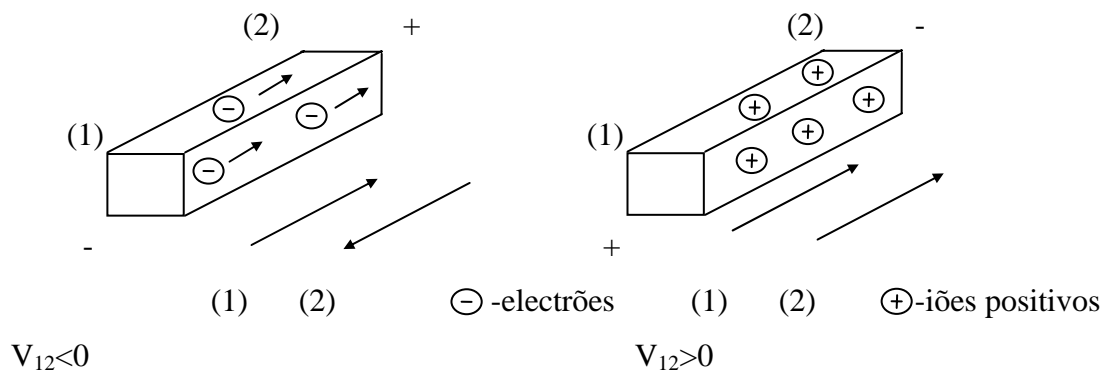


Figura 2.3- Sentido da corrente eléctrica: (1) sentido real; (2) sentido convencional

No caso dos portadores de carga positiva o sentido real e convencional são coincidentes.

No caso dos portadores de carga negativa o sentido real e convencional são opostos.

2.4. FONTES INDEPENDENTES E FONTES DEPENDENTES

Fontes Independentes

Fonte de Tensão

$V=K$ - Mantém aos seus terminais uma tensão constante independentemente da corrente fornecida

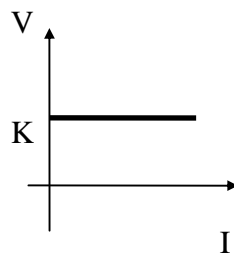


Figura 2.4- Característica V/I de uma fonte de tensão independente.

Tipo de associação possível - em série

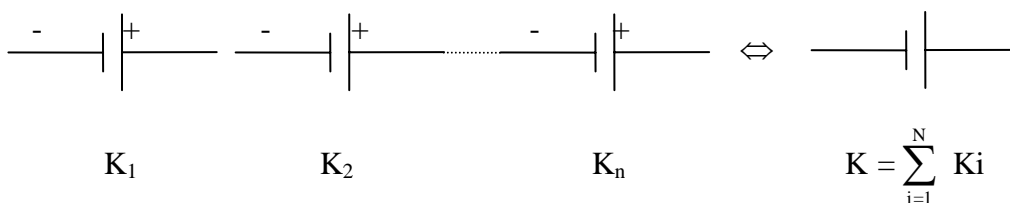


Figura 2.5- Associação em série de fontes de tensão.

Fonte de corrente

$I=K$ - Mantém aos seus terminais uma corrente constante independentemente da

tensão fornecida

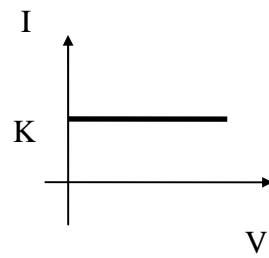


Figura 2.6- Característica V/I de uma fonte de tensão independente.

Tipo de associação possível - em paralelo

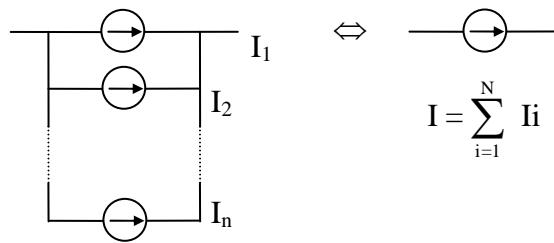
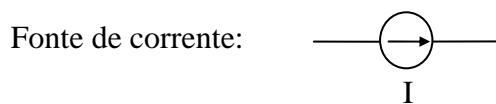
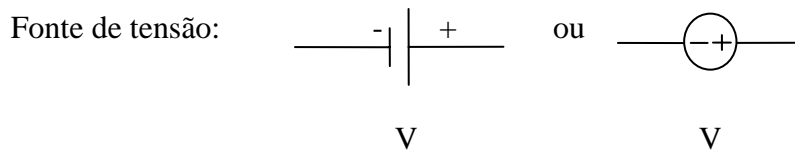


Figura 2.7- Associação em paralelo de fontes de corrente.

Simbologia:



Fontes Dependentes

Existem 4 tipos possíveis:

- 1- Tensão controlada por corrente
- 2- Tensão controlada por tensão
- 3- Corrente controlada por corrente
- 4- Corrente controlada por tensão



Parâmetro controlado Parâmetro de controle

Simbologia e unidades dos coeficientes de controle:

1. $V_i = F(I_j)$ Caso Geral

$V_i = K_V I_j$ Situação Linear

$[K_V] = \text{Volt/Ampere} = \text{Ohm } \Omega$

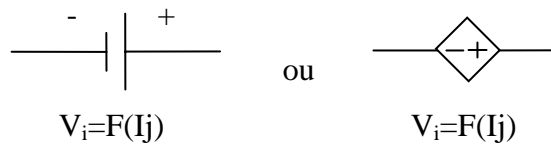


Figura 2.8- Simbologia de uma fonte de tensão controlada por corrente.

2. $V_i = F(V_j)$ Caso Geral

$V_i = K_V V_j$ Situação Linear

$[K_V] = \text{Volt/Volt}$ Adimensional

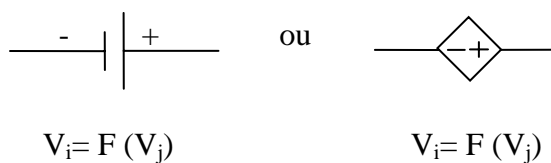


Figura 2.9- Simbologia de uma fonte de tensão controlada por tensão.

3. $I_i = F(I_j)$ Caso Geral

$I_i = K_I I_j$ Situação Linear

$[K_I] = \text{Ampere/Ampere}$ Adimensional

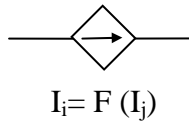


Figura 2.10- Simbologia de uma fonte de corrente controlada por corrente.

4. $I_i = F(V_j)$ Caso Geral

$I_i = K_I V_j$ Situação Linear

$[K_I] = \text{Ampere/Volt} = \text{Ohm}^{-1} (\Omega^{-1}) = \text{Siemens (S)}$

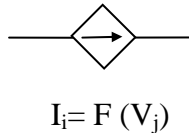


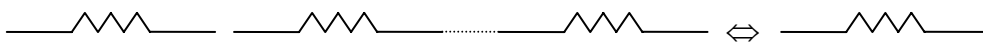
Figura 2.11- Simbologia de uma fonte de corrente controlada por tensão.

i - Tensão ou corrente controlada (ramo i)

j - Tensão ou corrente de controle (ramo j)

2.5. ASSOCIAÇÃO DE RESISTÊNCIAS; DIVISORES DE TENSÃO; DIVISORES DE CORRENTE

1) Série



R_1 R_2 R_n R_{EQ}

Figura 2.12- Associação de resistências em série.

$$R_{EQ} = R_1 + R_2 + \dots + R_n$$

$$R_{EQ} = \sum_{i=1}^n R_i$$

2) Paralelo

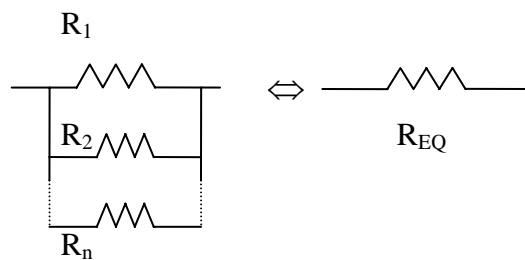


Figura 2.13- Associação de resistências em paralelo.

$$\frac{1}{R_{EQ}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n}$$

$$\frac{1}{R_{EQ}} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i}$$

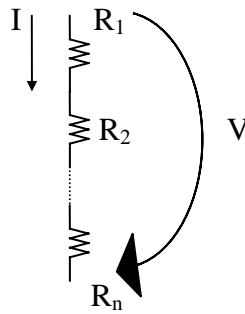
Definindo a condutância como o inverso da resistência:

$$G = \frac{1}{R}$$

No caso da associação em paralelo, temos:

$$G_{EQ} = \sum_{i=1}^n G_i$$

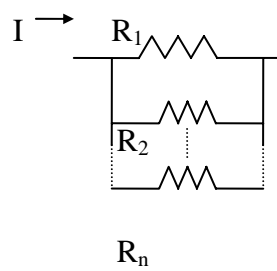
Divisores de tensão



$$V_{Ri} = \frac{R_i}{R_1 + R_2 + \dots + R_n} V$$

$$V_{Ri} = \frac{R_i}{R_{EQS}} V$$

Divisores de corrente



$$I_{Ri} = \frac{\frac{1}{R_i}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n}} I$$

$$I_{RI} = \frac{G_i}{G_{EQP}} I$$

2.6. POTÊNCIAS

1) Potência de Joule

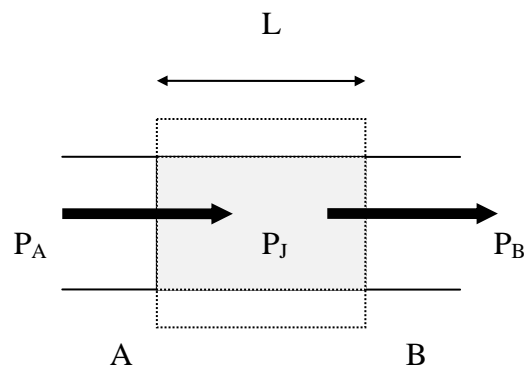


Figura 2.14- Potência de Joule dissipada numa resistência.

$$P_A > P_B \quad P_J = P_A - P_B$$

P_J - Potência dissipada por efeito de Joule na resistência. Traduz-se pelo aquecimento da resistência R_{AB} .

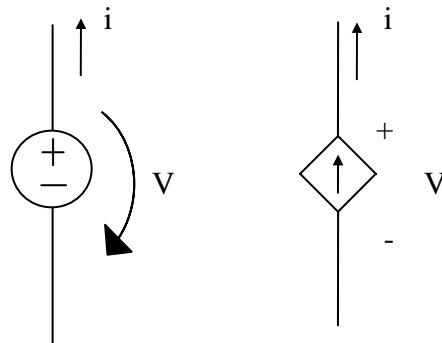
$$R_{AB} = \frac{1}{\sigma} \frac{L}{S} = \rho \frac{L}{S}$$

ρ - Resistividade

$$\begin{aligned} P_A &= V_A I \\ P_B &= V_B I \end{aligned} \Rightarrow P_J = P_A - P_B = V_{AB} I \Leftrightarrow P_J = R_{AB} I^2 = \frac{V_{AB}^2}{R_{AB}} = V_{AB} I$$

[P_J] - Watt

2) Potência fornecida ou dissipada numa fonte

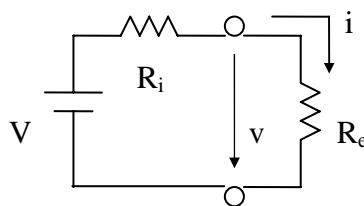


$$P = v \times i$$

v- Tensão aos terminais da fonte (+ -)

i - Corrente que atravessa a fonte (- +)

Transferência de energia entre gerador e carga



E- Tensão da fonte (em vazio)

R_i - Resistência interna da fonte

R_e - Resistência exterior (carga)

Pretende-se calcular o valor de R_e que maximiza a energia fornecida à carga

$$W = P \cdot t \quad W_{MÁX} \Leftrightarrow P_{MÁX}$$

A potência dissipada na carga é dada por:

$$P = V^2 \frac{R_e}{(R_e + R_i)^2}$$

$$\frac{dP}{dR_e} = \frac{V^2}{(R_e + R_i)^3} (R_i - R_e)$$

	0	Ri	+ Re
$\frac{dP}{dR_e}$	+	0	-
P	↗	M	↘

$$\frac{dP}{dR_e} = 0 \Leftrightarrow R_e = R_i$$

Obtem-se uma potência máxima na carga quando se tem $R_e = R_i \Leftrightarrow$ Resistência de carga igual à resistência interna da fonte.

2.7. LEIS DE KIRCHHOFF (lei dos nós e lei das malhas)

1) Lei das malhas (KVL)

Em qualquer instante a soma algébrica das tensões num circuito fechado (malha) é

nula

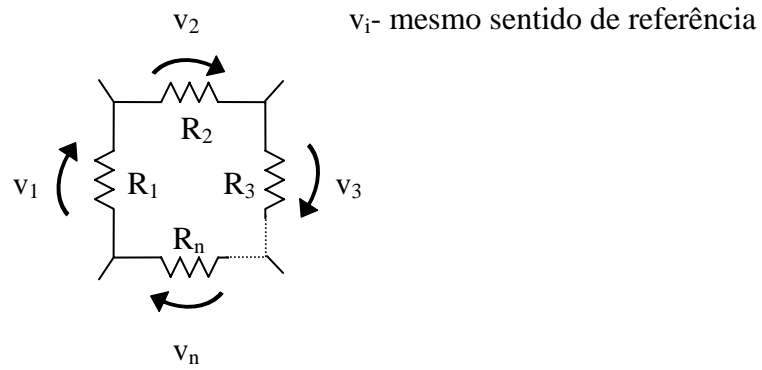
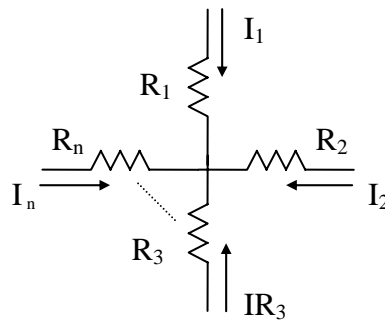


Figura 2.15- Lei das malhas (KVL)

$$\sum_{i=1}^n v_i = 0$$

2) Lei dos nós (KCL)

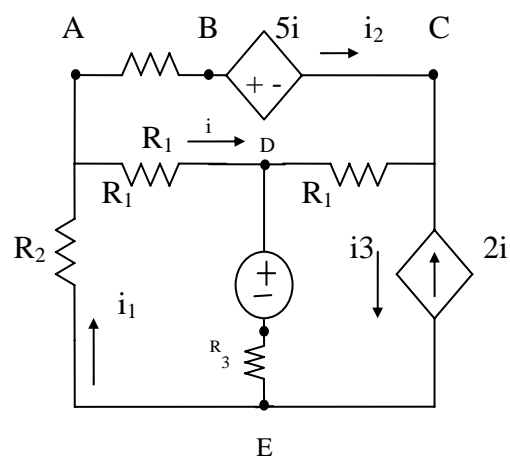
Em qualquer instante a soma algébrica das correntes num nó é nula



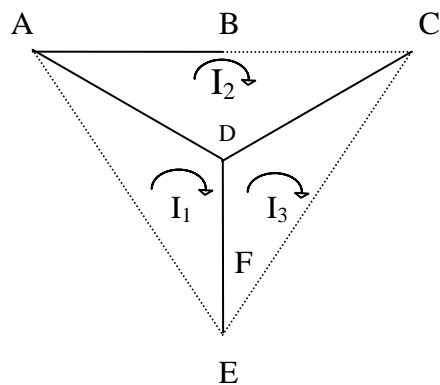
$$\sum_{i=1}^n I_i = 0$$

Exemplo de aplicação 1)

Considerando o circuito abaixo representado calcular as correntes i_1 , i_2 , e i_3



Grafo do circuito



$$r = 8$$

$$N = 6$$

$$C = r - n + 1 = 3$$

I_1, I_2, I_3 - Correntes nas malhas (incógnitas)

Aplicando a Lei das Malhas:

$$\text{Malha 1: } R_2 I_1 + R_1(I_1 - I_2) + E + R_3 (I_1 - I_3) = 0$$

$$\text{Malha 2: } 5i + R_1 (I_2 - I_3) + R_1 (I_2 - I_1) + R_1 I_2 = 0$$

$$\text{Malha 3: } i_3 = -2i$$

$$i = I_1 - I_2$$

Substituindo os valores de E, R₁, R₂, R₃, e aplicando a relação anterior, obtém-se:

$$27 I_1 - \frac{26}{2} I_2 = -15$$

$$6 I_1 - 4 I_2 = 0$$

Usando a regra de Cramer na resolução do sistema, obtemos:

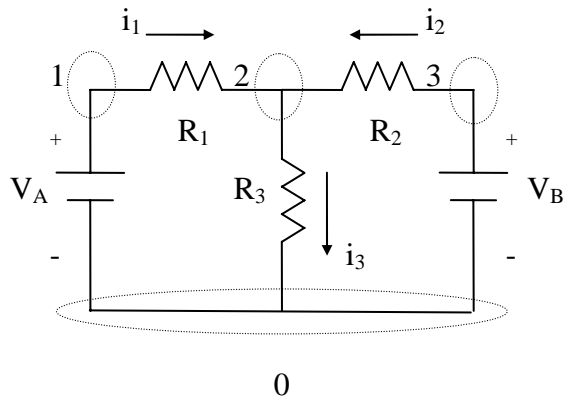
$$I_1 = \frac{\begin{vmatrix} -15 & -26 \\ 0 & -4 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 27 & -26 \\ 6 & -4 \end{vmatrix}} = \frac{60}{-108 + 78} = -2 \text{ (A)}$$

$$I_2 = \frac{\begin{vmatrix} -27 & -15 \\ 6 & 0 \end{vmatrix}}{-30} = \frac{90}{-30} = -3 \text{ (A)}$$

$$I_3 = -2 \text{ (A)}$$

Exemplo de aplicação 2)

Considerando o circuito abaixo representado e aplicando a lei dos nós (KCL) determine i_1 , i_2 , e i_3 .



$$V_A = 26 \text{ (V)}$$

$$V_B = 12 \text{ (V)}$$

$$R_1 = 3 \text{ (\Omega)}$$

$$R_2 = 2 \text{ (\Omega)}$$

$$R_3 = 1 \text{ (\Omega)}$$

$$C = R - N + 1$$

C - nº de circulações fundamentais

R - nº de ramos

N - nº de nós

$$N = 4$$

$$R = 5$$

$C = 5 - 4 + 1 = 2$ - A utilização da lei das malhas (KVL) conduziria a um sistema de 2 equações (incógnitas - correntes nas malhas)

Uma vez que se pretende utilizar a lei dos nós o nº de equações é dado por $N - 1 = 3$ sendo neste caso as incógnitas as tensões dos nós 1,2,3, relativas ao nó de referência (nó 0).

No entanto tendo em conta a configuração do circuito as tensões dos nós 1 e 3 são à partida:

$$i_1 = \frac{V_A - V_2}{R_1} = \frac{26 - 8}{3} = 6 \text{ (A)}$$

$$i_2 = \frac{V_B - V_2}{R_2} = \frac{12 - 8}{2} = 2 \text{ (A)}$$

$$i_3 = i_1 + i_2 = 8 \text{ (A)}$$

Conhecidas e valem V_A e V_B respectivamente.

Deste modo torna-se mais vantajoso, neste caso, a lei dos nós pois apenas temos que resolver uma equação para o nó 2.

$$i_1 + i_2 - i_3 = 0$$

$$i_1 + i_2 = i_3 \quad (1)$$

$$i_1 = \frac{V_A - V_2}{R_1} \quad i_2 = \frac{V_B - V_2}{R_2} \quad i_3 = \frac{V_2 - 0}{R_3} = \frac{V_2}{R_3}$$

Incógnita - V_2

Substituindo os valores anteriores na equação (1), temos:

$$G_1 (V_A - V_2) + G_2 (V_B - V_2) = G_3 V_2$$

$$(G_1 + G_2 + G_3)V_2 = G_1 V_A + G_2 V_B$$

$$G_i = \frac{1}{R_i}$$

$$V_2 = \frac{G_1 V_A + G_2 V_B}{G_1 + G_2 + G_3}$$

Substituindo os valores obtemos:

$$V_2 = \frac{\left(\frac{1}{3} \cdot 26\right) + \left(\frac{1}{2} \cdot 12\right)}{\frac{1}{3} + \frac{1}{2} + \frac{1}{1}} = 8 \text{ (v)}$$

Verificação do resultado:

Uma forma de verificar o resultado consiste na utilização do princípio da conservação de energia (Potência).

O somatório das potências fornecidas tem de ser igual ao somatório das potências dissipadas.

Aplicando ao nosso exemplo, temos:

$$P_F = P_{FA} + P_{FB}$$

P_{FA} - Potência fornecida pelo gerador A

P_{FB} - Potência fornecida pelo gerador B

$$P_D = P_{J1} + P_{J2} + P_{J3}$$

P_D - Potência dissipada

P_{ji} - Potência dissipada por efeito de Joule na resistência R_i

Substituindo valores:

$$P_F = P_{FA} + P_{FB} = V_A i_1 + V_B i_2 = (26.6) + (12.2) = 180 \text{ W}$$

$$P_D = R_1 i_1^2 + R_2 i_2^2 + R_3 i_3^2 = (3.36) + (2.4) + (1.64) = 180 \text{ W}$$

Verificamos que temos: $P_F = P_D$

2.8. PRINCIPIO DA SOBREPOSIÇÃO

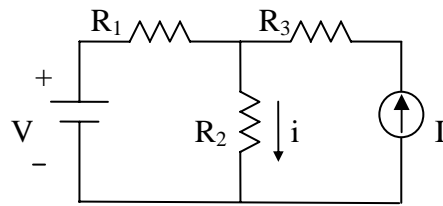
Em qualquer circuito desde que seja válida a aproximação linear, pode ser aplicado o princípio de sobreposição que diz:

o valor de uma tensão ou corrente em qualquer ramo do circuito pode ser obtido à custa das contribuições individuais (aditivas) devidas a cada uma das fontes independentes quando o efeito das restantes se anula.

A anulação de uma fonte independente de tensão corresponde a substituí-la por um curto-circuito.

A anulação de uma fonte independente de corrente corresponde a substituí-la por um circuito aberto.

Ex.: Calcular i utilizando o princípio da sobreposição



V- Fonte de tensão independente

I- Fonte de corrente independente

$$i = i_v + i_I$$

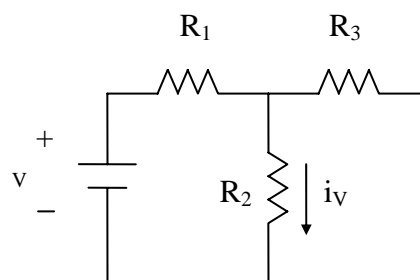
i_v - Fracção da corrente devida a V

i_I - Fracção da corrente devida a I

1) Anulamento da fonte de corrente

$$I = 0$$

C.A.

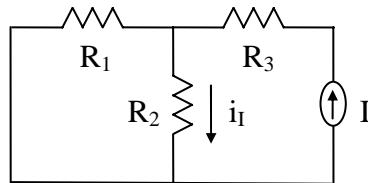


$$i_v = \frac{V}{R_1 + R_2} \quad (1)$$

2) Anulamento da fonte de tensão

$V=0$

C.C.

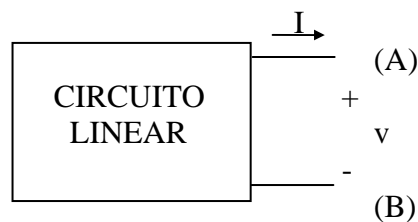


$$i_1 = \frac{G_2}{G_2 + G_1} I = \frac{\frac{1}{R_2}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} I = \frac{R_1}{R_1 + R_2} I \quad (2)$$

Pelo princípio da sobreposição o valor de i é dado por:

$$i = i_v + i_1 = \frac{V}{R_1 + R_2} + \frac{R_1}{R_1 + R_2} I$$

2.9. CIRCUITOS EQUIVALENTES DE THEVENIN E DE NORTON



Considerando que as variáveis (Tensão ou corrente) de controlo das fontes dependentes são internas ao circuito o teorema de Thevenin diz que o circuito, do ponto de vista dos terminais (A) e (B) é equivalente a:

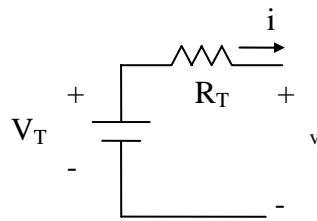


Figura 2.17- Circuito equivalente de Thevenin.

V_T - Tensão de Thevenin

R_T - Resistência de Thevenin

Verificamos que:

$V_T = V |_{i=0} = v_{CA} \rightarrow$ tensão em circuito aberto

$R_T = \frac{v}{-i} |_{\text{Anul. Fontes}} \rightarrow$ resistência vista dos terminais (A) e (B) quando se anula o efeito das fontes independentes

$$v = V_T - R_T i$$

$$R_T i = v + V_T$$

$$i = \frac{V_T}{R_T} + \frac{v}{R_T} \Leftrightarrow i = I_N + \frac{v}{R_N}$$

$$I_N \quad R_N = R_T$$

Circuito equivalente de Norton:

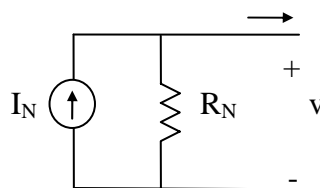


Figura 2.18- Circuito equivalente de Norton.

Verificamos que:

$I_N = i |_{v=0} = i_{c.c.}$ - corrente de curto-circuito

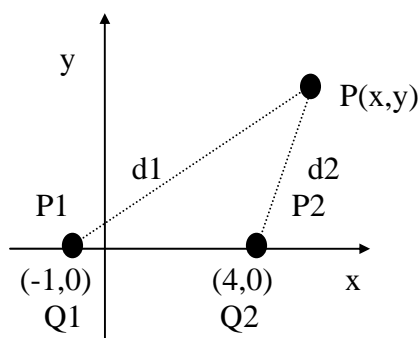
$R_N = \frac{V}{-i} |_{\text{Anul. Fontes}}$ - resistência vista dos terminais (A) e (B) quando se anula o efeito

das fontes independentes

REVISÕES (1º TESTE) / PROBLEMAS RESOLVIDOS

Determinar o lugar geométrico da equipotencial de zero volts para o sistema de cargas abaixo representado

$$Q_1 = Q$$
$$Q_2 = -4Q$$



Aplicando o princípio da sobreposição vamos calcular o potencial no ponto genérico P de coordenadas (x, y).

$$V_P = V_{P1} + V_{P2} \quad (\text{meio linear e homogéneo})$$

V_P - Potencial no ponto P

V_{P1} - Potencial no ponto P devido a Q_1

V_{P2} - Potencial no ponto P devido a Q_2

$$V_{p1} = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{Q_1}{d_1} \text{ com } d_1 = \sqrt{(x+1)^2 + y^2}$$

$$V_{p2} = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{Q_2}{d_2} \text{ com } d_2 = \sqrt{(x+4)^2 + y^2}$$

$$V_p = V_{p1} + V_{p2} = \frac{1}{4\pi\epsilon} \left(\frac{Q_1}{d_1} + \frac{Q_2}{d_2} \right)$$

Substituindo Q_1 , Q_2 , d_1 e d_2 pelos seus valores, tem-se:

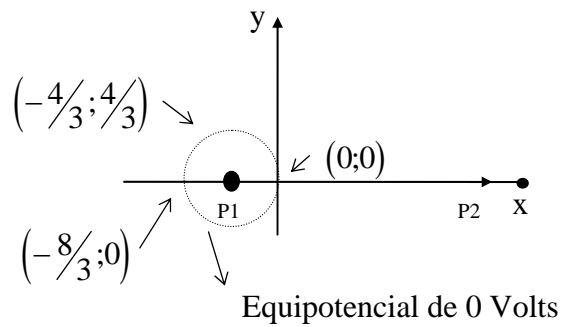
$$\begin{aligned} V_p &= \frac{1}{4\pi\epsilon} \left[\frac{Q}{\sqrt{(x+1)^2 + y^2}} - \frac{4Q}{\sqrt{(x+4)^2 + y^2}} \right] = \\ &= \frac{Q}{4\pi\epsilon} \left[\frac{1}{\sqrt{(x+1)^2 + y^2}} - \frac{4}{\sqrt{(x+4)^2 + y^2}} \right] \end{aligned}$$

Uma vez que pretendemos calcular a localização no plano x, y da equipotencial de zero volts, basta igual a zero a expressão anterior.

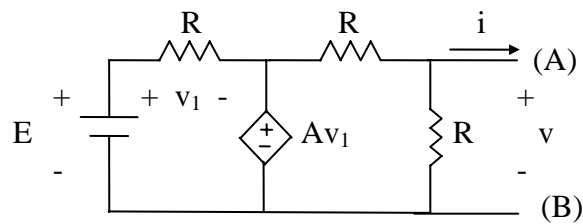
$$\begin{aligned} V_p = 0 &\Leftrightarrow 4\sqrt{(x+1)^2 + y^2} = \sqrt{(x+4)^2 + y^2} \Rightarrow \\ &\Rightarrow 16[(x+1)^2 + y^2] = [(x+4)^2 + y^2] \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow 16(x^2 + 2x + 1 + y^2) = (x^2 - 8x + 16 + y^2) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow 15x^2 + 40x + 15y^2 = 0 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow x^2 + \frac{8}{3}x + y^2 = 0 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow x^2 + \frac{8}{3}x + \frac{16}{9} + y^2 = \frac{16}{9} \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \left(x + \frac{4}{3}\right)^2 + y^2 = \frac{16}{9} \\ &(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = r^2 \quad \odot \quad (x_0, y_0) \text{ raio} = r \end{aligned}$$

Lugar geométrico da equipotencial de zero volts: circunferência de centro no ponto

$$(x_0; y_0) = \left(-\frac{4}{3}; 0\right) \text{ e Raio} = \frac{4}{3}$$



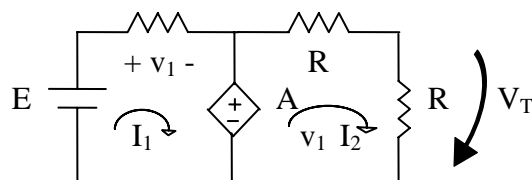
Determine o circuito equivalente de Thevenin e de Norton visto do par de terminais (A)/(B)



$$E=10 \text{ (V)} \quad A=1 \quad R=1 \text{ (\Omega)}$$

1º proceso) utilizando as definições de V_T , R_T , R_N e I_N

V_T - tensão entre os terminais (A) e (B) em circuito aberto (C.A.)



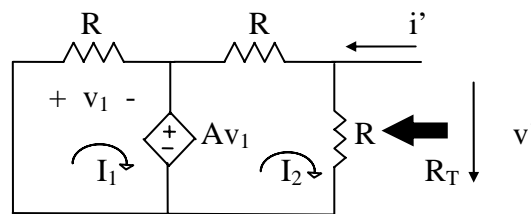
$$\text{Circulação na malha 1: } -E+v_1+A v_1=0$$

$$(A+1)v_1 = E \Leftrightarrow v_1 = \frac{E}{A+1} + \frac{E}{2} = 5 \text{ (V)}$$

$$V_T = \frac{Av_1}{2} = \frac{AE}{4} = \frac{E}{4} = 2.5 \text{ (V)}$$

(divisor de tensão, malha 2)

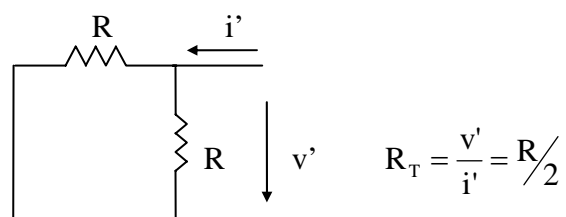
R_T - Resistência vista dos terminais (A) e (B) quando se anulam as fontes independentes. Neste caso corresponde a fazer $E=0$ (substituição da fonte de tensão por um curto-circuito)



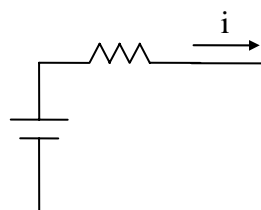
Circulação na malha 1: $v_1 + Av_1 = 0$

$(A+1)v_1 = 0 \Rightarrow v_1 = 0$ pois $A+1 \neq 0$

Logo o circuito do ponto de vista da entrada e do cálculo de R_T , é equivalente ao seguinte circuito:



Circuito equivalente de Thevenin:



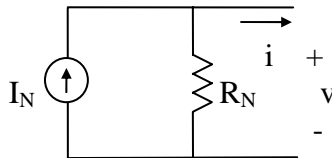
$$\begin{array}{c} + \\ V_T \\ - \end{array} \quad \begin{array}{c} R_T \\ + \\ v \\ - \end{array}$$

$$V = V_T - R_T i$$

$$V_T = \frac{E}{4} = 2.5(\text{V})$$

$$R_T = \frac{R}{2} = 0.5(\Omega)$$

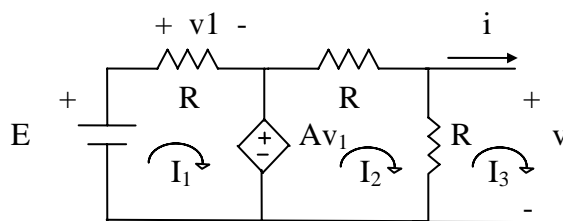
Circuito equivalente de Norton:



$$I_N = \frac{V_T}{R_T} = \frac{E^2}{4R} = \frac{E}{2R} = \frac{10}{2} = 5(\text{A})$$

$$R_N = R_T = \frac{R}{2} = 0.5(\Omega)$$

2º processo) Estabelecendo uma relação entre as variáveis v e i directamente a partir das leis de Kirchhoff



Vamos utilizar a lei das malhas (KVL):

Malha 1 - $-E+v_1+A v_1=0$ (1) com $v_1=R I_1$

Malha 2 - $-A v_1+R I_2+R(I_2- I_3)=0$ (2)

Malha 3 - $R(I_3- I_2)+V=0$ (3) com $I_1=i$

Da equação (1) tem-se:

$$v_1 (A+1) = E \Leftrightarrow v_1 \frac{E}{A+1} \Leftrightarrow I_1 = \frac{E}{R(A+1)}$$

Substituindo na equação (2):

$$-A \frac{E}{A+1} + 2 R I_2 - R I_3 = 0$$

$$2 R I_2 = R I_3 + A \frac{E}{A+1}$$

$$I_2 = \frac{I_3}{2} + A \frac{E}{2R(A+1)}$$

Substituindo este resultado na equação (3) e tendo em atenção que $I_3=i$, tem-se:

$$R \left(i - \frac{i}{2} - \frac{A E}{2R(A+1)} \right) + v = 0$$

$$v = R \left(-\frac{i}{2} - \frac{A E}{2R(A+1)} \right) =$$

$$= -\frac{R}{2} i + \frac{A E}{2(A+1)} = \quad (\text{sendo } A=1)$$

$$= \frac{E}{4} - \frac{R}{2} i \quad (4)$$

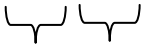
└┐ └┐

$V_T R_T$

A partir da equação (4) é possível explicitar i em função de v e portanto obter o circuito equivalente de Norton (I_N, R_N)

$$\frac{R}{2}i = \frac{E}{4} - v$$

$$i = \frac{2E}{4R} - \frac{2}{R}v = \frac{E}{2R} - \frac{v}{\frac{R}{2}}$$



$I_N \quad R_N$